

Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

13/01/2017

Risolvere i seguenti problemi.

Problema 1

A quale istante T di un orologio terrestre deve essere inviato un segnale elettromagnetico diretto ad un'astronave in moto di allontanamento con velocità costante v , se si vuole che il segnale venga ricevuto al tempo T' dell'astronave, assumendo che gli orologi siano stati sincronizzati all'istante $t = t' = 0$ al momento del passaggio dell'astronave davanti all'osservatore terrestre?

Problema 2

Siano date due sbarre di lunghezza a riposo l_0 ed L_0 , allineate lungo un asse, e in moto lungo l'asse stesso con velocità relativa v .

- Quale relazione deve intercorrere tra le loro lunghezze perché la prima sbarra appaia più lunga della seconda in qualsiasi sistema di riferimento?
- E quale condizione occorre sia verificata affinché la prima sbarra appaia sempre più corta della seconda? Discutere il risultato trovato e mostrare che soddisfa il principio di relatività.

Problema 3

Un'antiparticella di massa m ed energia E colpisce una particella ferma nel laboratorio e il sistema si annichila producendo due fotoni, che risultano diretti lungo la direzione del moto dell'antiparticella incidente.

- Calcolare le energie dei due fotoni nel sistema di riferimento del laboratorio.
- Calcolare le energie nel sistema di riferimento solidale con la particella incidente, effettuando esplicitamente la trasformazione di Lorentz. Discutere il risultato così ottenuto.

Problema 4

Mostrare che nel processo di collisione di due particelle di massa m_1 ed m_2 e con quadrimomento p_1 e p_2 in due particelle di massa m_3 ed m_4 con quadrimomento p_3 e p_4 , vale la relazione

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2$$

dove $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$ e $u = (p_1 - p_4)^2$.

Problema 5

Calcolare il campo magnetico \vec{B} generato da una corrente I in un filo rettilineo infinitamente lungo, conoscendo la forma del campo elettrico generato da una distribuzione rettilinea ed uniforme di cariche elettriche statiche, le leggi di trasformazione dei campi elettromagnetici per boost di Lorentz, e usando opportunamente il principio di sovrapposizione per campi elettromagnetici.

SOLO PER STUDENTI DALL'AA 2015-16

Problema 6

Ricordando che le matrici 4×4 γ^μ di Dirac soddisfano alla seguente relazione

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \mathbb{1}_{4 \times 4},$$

e che $\not{a} \equiv a_\mu \gamma^\mu$, e definendo

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu],$$

a) si dimostri che vale la seguente identità

$$\not{a}\not{b} = a \cdot b \mathbb{1}_{4 \times 4} - \frac{i}{2} (a_\mu b_\nu - a_\nu b_\mu) \sigma^{\mu\nu}$$

dove a e b sono arbitrari quadrivettori (attenzione che potrebbero contenere anche delle derivate, e quindi l'ordine è importante).

- b) Si applichi l'identità ora trovata al caso in cui $a = b = i\partial - qA$ e se ne semplifichi il risultato, scrivendolo in termini di $\sigma^{\mu\nu}$ e di $F^{\mu\nu}$.
- c) Si applichi l'operatore $(i\partial - qA + m)$ all'equazione di Dirac in presenza di accoppiamento minimale col campo elettromagnetico

$$(i\partial - qA - m)\psi = 0$$

e si semplifichi l'equazione così ottenuta, sfruttando i risultati dei punti precedenti.

SOLO PER STUDENTI PRECEDENTI ALL'AA 2015-16

Problema 7

Si consideri la seguente densità Lagrangiana per i due campi scalari ϕ (reale) e ψ (complesso)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \partial_\mu \psi^* \partial^\mu \psi - m^2 \psi^* \psi - \alpha \phi^2 \psi^* \psi - \beta (\psi^* \psi)^2$$

con m , α e β parametri costanti reali.

1. Scrivere le equazioni del moto per i due campi.

2. Applicando il teorema della Noether a seguito dell'invarianza per trasformazione di fase del campo ψ , scrivere la corrente conservata.
3. Verificare esplicitamente che la corrente così scritta sia conservata.

Problema 8

In un particolare campo elettromagnetico, il campo elettrico \vec{E} forma un angolo θ col campo \vec{B} , e θ risulta invariante per tutti gli osservatori inerziali. Calcolare il valore di θ .

NB: Scrivere in modo chiaro e leggibile. Siete vivamente pregati di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportarli solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.