

Elementi di fisica teorica

Carlo Oleari

05/09/2016

Risolvere, in sequenza, i seguenti problemi.

Problema 1

In un sistema di riferimento inerziale S è data una particella di massa m e carica q che si muove con velocità $\bar{\mathbf{u}}$ in un campo elettrico $\bar{\mathbf{E}}$ e in un campo magnetico $\bar{\mathbf{B}}$. Sappiamo che le equazioni della dinamica relativistica che descrivono il moto del quadrimomento $p^\mu = (\mathcal{E}, \bar{\mathbf{p}})$ sono le seguenti:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{E}}{dt} &= q \bar{\mathbf{u}} \cdot \bar{\mathbf{E}} \\ \frac{d\bar{\mathbf{p}}}{dt} &= q (\bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{u}} \times \bar{\mathbf{B}})\end{aligned}$$

In base ad uno dei principi della relatività speciale di Einstein, la forma delle equazioni che descrivono una legge fisica deve rimanere invariata in tutti i sistemi di riferimento inerziale. Questo vuol dire che, in un sistema di riferimento inerziale S' in moto con velocità v lungo l'asse delle x , devono valere le stesse equazioni precedenti, ma con tutte le grandezze primarie.

Alla luce di ciò, ricavare la legge di trasformazione dei campi elettrici e magnetici, nel passare da S ad S' , sapendo solo le leggi di trasformazioni delle coordinate e dei momenti tra i due sistemi inerziali.

Problema 2

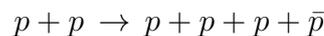
Si considerino due particelle relativistiche di massa m_1 e m_2 aventi quadrimomento $p_1^\mu = (\mathcal{E}_1, \bar{\mathbf{p}}_1)$ e $p_2^\mu = (\mathcal{E}_2, \bar{\mathbf{p}}_2)$ in un sistema inerziale S .

- I) Calcolare la velocità relativa v_{rel} delle due particelle. Si ricorda che la velocità relativa di due particelle è la velocità di una di esse nel sistema di riposo dell'altra. Sfruttare questo fatto ed esprimere il risultato finale in termini di invarianti relativistici.
- II) Se le velocità delle particelle in S sono $\bar{\mathbf{v}}_1$ e $\bar{\mathbf{v}}_2$, verificare che

$$v_{\text{rel}} = \frac{\sqrt{(\bar{\mathbf{v}}_1 - \bar{\mathbf{v}}_2)^2 - (\bar{\mathbf{v}}_1 \times \bar{\mathbf{v}}_2)^2}}{1 - \bar{\mathbf{v}}_1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_2}$$

Problema 3

Un modo per produrre antiprotoni (\bar{p}) è quello di fare scontrare due fasci di protoni (p) con sufficiente energia da dare origine a questa reazione:



- I) Calcolare l'energia minima che ognuno dei due protoni incidenti deve avere per far avvenire tale reazione nel sistema del centro di massa. Giustificare la risposta.
- II) Calcolare l'energia minima che deve avere il protone incidente nel sistema del laboratorio, in cui il secondo protone può considerarsi fermo. Giustificare la risposta.

Esprimere i risultati in termini della massa m del protone.

Problema 4

La Lagrangiana libera che descrive un ipotetico campo elettromagnetico con fotoni massivi di massa m è così definita (Lagrangiana di Proca):

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2A^\mu A_\mu.$$

- I) Ricavare l'equazione del moto.
- II) Scrivere il tensore canonico energia-impulso $\Theta^{\mu\nu}$.
- III) A partire da $\Theta^{\mu\nu}$, scrivere il tensore canonico energia-impulso $T^{\mu\nu}$ simmetrizzato.
- IV) Calcolare la traccia di $T^{\mu\nu}$.

Problema 5

Due razzi R_1 e R_2 a motori spenti sono sulla rotta di collisione l'uno con l'altro. Sia S un osservatore in un sistema stazionario che misura per R_1 la velocità $v_1 = 0.8 c$ e lunghezza del razzo $\ell = 50$ m e per R_2 la velocità $v_2 = 0.6 c$ e stessa lunghezza ℓ , e che vede i due razzi inizialmente a distanza $L = 2.52$ Tm.

- I) Quali sono le lunghezze proprie dei razzi?
- II) Qual è la lunghezza di ognuno dei due razzi, se misurata dall'osservatore sull'altro razzo?
- III) Secondo l'osservatore S , tra quanto tempo i due razzi collideranno?
- IV) E secondo l'osservatore su R_1 ?
- V) E secondo l'osservatore su R_2 ?

Esprimere i risultati **prima** in formule, e **solo successivamente** sostituire i valori numerici.

NB: Scrivere in modo chiaro e leggibile. Siete vivamente pregati di fare i calcoli prima in brutta copia, e di riportali solo successivamente in bella copia. Formule e soluzioni pasticciate saranno pesantemente penalizzate, anche se corrette.