

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

20/01/2025

Risolvere i seguenti tre esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

## Problema 1

Data una particella di spin 1 con Hamiltoniana

$$H = \frac{\epsilon}{\hbar^2} (S_x^2 - S_y^2),$$

determinare lo stato più generico al tempo  $t = 0$ , sapendo che è caratterizzato dalle seguenti tre condizioni:

- a) una misura di  $S_z$  può dare solo i valori  $+\hbar$  e  $-\hbar$ ,
- b) il valor medio dell'energia è  $\frac{\epsilon}{2}$ ,
- c) il valor medio di  $S_z$  è 0.

Determinare i valori di una misura di  $S_z$  e le rispettive probabilità, al tempo  $t = \pi\hbar/\epsilon$ .

## Problema 2

Siano date due particelle **identiche** di massa  $m$  che interagiscono col potenziale

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}m\omega^2 (x_1^2 + x_2^2) - 2b x_1 x_2,$$

dove  $x_1$  e  $x_2$  sono le posizioni delle due particelle e  $b$  è un parametro piccolo positivo.

Per  $b = 0$ , determinare i livelli energetici e le autofunzioni dello **stato fondamentale** e del **primo stato eccitato** nel caso di

- a) particelle identiche di spin  $1/2$
- b) particelle identiche di spin 0.

In entrambi i casi sopraindicati

1. trovare le correzioni al **secondo ordine** in  $b$  per lo stato fondamentale;
2. trovare le correzioni al **primo ordine** in  $b$  per il primo stato eccitato.
3. **Facoltativo:** confrontare con il risultato esatto.

### Problema 3

Come è noto, il potenziale monodimensionale simmetrico rispetto all'origine

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & x < -a \\ 0 & -a < x < a \\ V_0 & x > a \end{cases} \quad a, V_0 > 0$$

ammette solo autostati di parità definita. Determinare i valori di  $V_0$  per cui esiste **esattamente uno** stato legato **dispari**.

Notare che non è necessario trovare tutti gli stati legati della buca. È sufficiente analizzare quelli che hanno un'autofunzione dispari.