

Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

14/06/2024

Risolvere i seguenti tre esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

Problema 1

Due fermioni **identici** di spin $1/2$, massa m e posizioni x_1 e x_2 , sono soggetti al potenziale

$$V = \frac{1}{2}m\omega^2 (x_1^2 + x_2^2) + \mu x_1 x_2.$$

Determinare, usando la teoria delle perturbazioni,

1. le correzioni all'energia dello stato fondamentale fino al secondo ordine in μ ;
2. le correzioni all'energia del primo stato eccitato al primo ordine in μ ;
3. confrontare il risultato ottenuto con quello esatto.

Problema 2

Siano dati l'Hamiltoniana e il vettore d'onda al tempo $t = 0$

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_1 + i\epsilon_2 \\ \epsilon_1 - i\epsilon_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \psi(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

con ϵ_1 ed ϵ_2 reali. Al **tempo t**

1. determinare la probabilità che il sistema si trovi nello stato $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$;
2. calcolare il valor medio dell'osservabile $C = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.

Problema 3

Si consideri il sistema di due fermioni **distinguibili** di spin $1/2$, aventi spin $\hat{S}^{(1)}$ ed $\hat{S}^{(2)}$. Lo spin della prima particella punti nella direzione positiva dell'asse y e quello della seconda nella direzione individuata dal versore $(1, -1, 0)/\sqrt{2}$.

Determinare

1. i valor medi di $\hat{S}_z^{(1)}$ e $\hat{S}_z^{(2)}$;
2. le probabilità dei risultati di una misura della proiezione del momento angolare **totale** lungo l'asse x .