

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

14/06/2024

Risolvere i seguenti tre esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

## Problema 1

Due fermioni **identici** di spin  $1/2$ , massa  $m$  e posizioni  $x_1$  e  $x_2$ , sono soggetti al potenziale

$$V = \frac{1}{2}m\omega^2 (x_1^2 + x_2^2) + \mu x_1 x_2.$$

Determinare, usando la teoria delle perturbazioni,

1. le correzioni all'energia dello stato fondamentale fino al secondo ordine in  $\mu$ ;
2. le correzioni all'energia del primo stato eccitato al primo ordine in  $\mu$ ;
3. confrontare il risultato ottenuto con quello esatto.

## Problema 2

Siano dati l'Hamiltoniana e il vettore d'onda al tempo  $t = 0$

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_1 + i\epsilon_2 \\ \epsilon_1 - i\epsilon_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \psi(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

con  $\epsilon_1$  ed  $\epsilon_2$  reali. Al **tempo  $t$**

1. determinare la probabilità che il sistema si trovi nello stato  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ;
2. calcolare il valor medio dell'osservabile  $C = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ .

## Problema 3

Si consideri il sistema di due fermioni **distinguibili** di spin  $1/2$ , aventi spin  $\hat{S}^{(1)}$  ed  $\hat{S}^{(2)}$ . Lo spin della prima particella punti nella direzione positiva dell'asse  $y$  e quello della seconda nella direzione individuata dal versore  $(1, -1, 0)/\sqrt{2}$ .

Determinare

1. i valor medi di  $\hat{S}_z^{(1)}$  e  $\hat{S}_z^{(2)}$ ;
2. le probabilità dei risultati di una misura della proiezione del momento angolare **totale** lungo l'asse  $x$ .