

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

29/1/2024

Risolvere i seguenti esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

## Problema 1

Si consideri una particella di spin 1, con Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\omega}{\hbar} \left( \hat{S}_x \hat{S}_z + \hat{S}_z \hat{S}_x \right),$$

con  $\omega$  costante. Al tempo  $t = 0$ , la particella si trova nell'autostato di  $\hat{S}_z$  con autovalore  $\hbar$ . Al generico **tempo**  $t$  determinare:

- lo stato del sistema;
- i valori medi  $\langle \hat{S}_x \rangle$ ,  $\langle \hat{S}_y \rangle$  e  $\langle \hat{S}_z \rangle$ .

## Problema 2

Due particelle distinguibili, aventi coordinate spaziali  $x_1$  ed  $x_2$ , sono descritte dall'Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} (\hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2) + \frac{m\omega^2}{2} (3\hat{x}_1^2 + 3\hat{x}_2^2 - 2\hat{x}_1\hat{x}_2).$$

- Determinare i primi tre livelli energetici e la relativa degenerazione.
- Se il sistema è nel primo stato eccitato al tempo  $t = 0$ , determinare la probabilità che, a tempi grandi, il sistema si trovi nello stato fondamentale, per effetto della perturbazione

$$\hat{H}_{\text{int}}(t) = \mu \hat{x}_1 e^{-\gamma t}, \quad \gamma > 0,$$

al primo ordine in  $\mu$ .

## Problema 3

Siano date due particelle **identiche** di spin 1/2 su un cerchio di raggio  $R$ , descritte dall'Hamiltoniana

$$-\frac{\hbar^2}{2mR^2} \left( \frac{d^2}{d\varphi_1^2} + \frac{d^2}{d\varphi_2^2} \right).$$

- Determinare i primi tre livelli energetici e la relativa degenerazione.

- b) Determinare le correzioni all'energia dello stato fondamentale e del primo stato eccitato dovute alla perturbazione

$$V = A \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

al primo ordine significativo in  $A$ .