

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

23/1/2023

Risolvere i seguenti esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

## Problema 1

Sia data una particella in **tre dimensioni** soggetta al potenziale sferosimmetrico

$$W(r) + \mu \frac{\hbar^2}{2m} \delta(r - a), \quad \mu > 0$$

con

$$W(r) = \begin{cases} 0, & 0 < r < a, \\ V_0, & r > a \end{cases} \quad V_0 > 0, a > 0.$$

Determinare per quali valori di  $V_0$  esiste almeno uno stato legato con momento angolare orbitale nullo ( $l = 0$ ).

## Problema 2

Due particelle **distinguibili** di spin  $1/2$ , aventi spin  $\hat{\mathbf{S}}^{(1)}$  ed  $\hat{\mathbf{S}}^{(2)}$ , sono descritte dall'Hamiltoniana

$$\frac{A}{\hbar} \hat{\mathbf{S}}^{(1)} \cdot \hat{\mathbf{S}}^{(2)} + \frac{4\mu}{\hbar} \hat{S}_x^{(1)} \hat{S}_x^{(2)},$$

con  $A$  e  $\mu$  costanti positive. Determinare:

- i livelli energetici e la relativa degenerazione;
- il valor medio dello spin totale  $\hat{S}_z$  in funzione del tempo, sapendo che a  $t = 0$  una misura delle componenti dello spin ha dato come risultato  $S_z^{(1)} = S_z^{(2)} = \hbar/2$ .

## Problema 3

Siano date due particelle **identiche** di spin  $0$ , vincolate a muoversi su di una circonferenza di raggio  $R$ , descritte dall'Hamiltoniana

$$-\frac{\hbar^2}{2mR^2} \left( \frac{d^2}{d\varphi_1^2} + \frac{d^2}{d\varphi_2^2} \right).$$

- Determinare i primi **tre** livelli energetici e la relativa degenerazione.

b) Le particelle si trovino a  $t = 0$  nello stato fondamentale e venga accesa la perturbazione

$$V(\varphi_1, \varphi_2) = A [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2] e^{-\gamma t + i\omega t},$$

con  $A$ ,  $\omega$  e  $\gamma$  costanti positive.

Determinare in quali livelli eccitati si può trovare il sistema per tempi grandi e la relativa probabilità, al primo ordine in  $A$ .