

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

15/06/2022

Risolvere i seguenti tre esercizi.

Tempo assegnato: tre ore.

## Problema 1

Sia data una particella di massa  $m$ , vincolata a muoversi in due dimensioni, e soggetta al potenziale

$$\hat{V} = \frac{m\omega^2}{2}(\hat{x}^2 + \hat{y}^2) + \alpha \hat{p}_x^2 \hat{p}_y^2 + \frac{\alpha^2}{\hbar\omega} \hat{p}_x^4 \hat{p}_y^4,$$

con  $\alpha$  costante reale. Determinare l'energia dello stato fondamentale al secondo ordine in  $\alpha$ .

## Problema 2

Sia data una particella di massa  $m$ , vincolata a muoversi in una dimensione, sottoposta al potenziale

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & x < -a, \\ -V_0, & -a < x < 0, \\ +V_0, & 0 < x < a, \\ +\infty & x > a \end{cases} \quad V_0, a > 0.$$

- Disegnare in modo approssimato l'andamento delle possibili soluzioni, esaminando la forma del potenziale (senza fare alcun calcolo quindi).
- Determinare gli stati legati con energia  $E < V_0$ .
- Determinare il valore analitico dei livelli energetici per  $V_0 \rightarrow \infty$ .

## Problema 3

Si consideri il sistema di due fermioni distinguibili di spin  $1/2$ , aventi spin  $\hat{\mathbf{S}}^{(1)}$  ed  $\hat{\mathbf{S}}^{(2)}$ , interagenti tramite l'Hamiltoniana

$$\hat{H}_0 = \frac{A}{\hbar} \hat{\mathbf{S}}^{(1)} \cdot \hat{\mathbf{S}}^{(2)},$$

con  $A$  costante. Al tempo  $t = 0$ , lo spin della prima particella punta nella direzione positiva dell'asse  $x$  e quello della seconda nella direzione individuata dal versore  $(1, -1, 0)/\sqrt{2}$ .

- a) Determinare i valori della proiezione dello spin totale lungo l'asse  $z$  e le corrispondenti probabilità, al generico tempo  $t$ .
- b) Come dipendono dal tempo le probabilità ottenute? Spiegare il risultato.