

Meccanica Quantistica

I compito

Carlo Oleari e Alberto Zaffaroni

29/11/2021

Risolvere un problema a scelta nella **PARTE A** e un problema a scelta nella **PARTE B**.

Tempo assegnato: due ore.

PARTE A

Problema A1

Sia data una particella di massa m nel potenziale

$$V(x) = \gamma \frac{\hbar^2}{2m} \delta(x), \quad \gamma > 0,$$

con

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & x < 0, \\ +V_0, & x > 0, \end{cases} \quad V_0 > 0.$$

1. Determinare gli stati legati, i valori corrispondenti dell'energia e disegnare la funzione d'onda negli stati legati.
2. Calcolare i coefficienti di riflessione e trasmissione del potenziale.

Problema A2

Sia data una particella di massa m nel potenziale

$$V(x) = \begin{cases} +\infty, & x < 0, \\ \mu \frac{\hbar^2}{2m} \delta\left(x - \frac{L}{2}\right), & 0 < x < L, \\ +\infty, & x > L, \end{cases} \quad \mu > 0.$$

1. Determinare gli stati legati e disegnare la funzione d'onda nello stato fondamentale.
2. Studiare l'andamento dell'energia dello stato fondamentale al variare di μ . Confrontare, in particolare, l'energia dello stato fondamentale quando $\mu \rightarrow +\infty$ con quella della buca con pareti infinite di larghezza L .

PARTE B

Problema B1

Sia data una particella di spin 1 con Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\epsilon}{2\hbar} (\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 - \hat{S}_z^2), \quad \epsilon > 0.$$

Al tempo $t = 0$ una misura di \hat{S}_x dà \hbar .

1. Determinare il valor medio e la varianza di \hat{H} e \hat{S}_z al tempo $t = 0$.
2. Determinare il valor medio di \hat{S}_x al tempo t .

Problema B2

Sia data una particella in un potenziale armonico isotropo

$$V(x, y, z) = \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2 + z^2),$$

con funzione d'onda

$$\psi(x, y, z) = N(x + y) \exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar} (x^2 + y^2 + z^2)\right],$$

dove N è un parametro di normalizzazione.

1. Determinare il valore di aspettazione $\langle xy \rangle$.
2. Determinare i valori di una misura di \hat{L}_x e le corrispondenti probabilità.