

Meccanica Quantistica e Complementi

Carlo Oleari

24 gennaio 2011

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

Problema 1

Un pione π^- (particella con spin zero e parità intrinseca dispari) è inizialmente legato ad un nucleo di 2H (la parità intrinseca del protone e del neutrone è pari) e forma uno stato con numeri quantici 3S_1 (${}^{2S+1}L_J$). Successivamente viene catturato dall' 2H e il sistema decade (via interazioni forti) in

$$\pi^- + {}^2H \rightarrow \Delta^- + p,$$

dove Δ^- è un barione di spin 1/2 e con parità intrinseca pari. Se il sistema legato prima di decadere è completamente polarizzato lungo l'asse z e si trova a riposo nell'origine del sistema di coordinate cartesiane

1. determinare i valori dello spin e del momento angolare orbitale dello stato finale.
2. Scrivere il più generico stato che descrive il sistema decaduto.
3. Nel caso particolare in cui gli stati che partecipano a formare il generico stato si combinassero con ugual peso
 - qual è la distribuzione angolare di probabilità (in funzione degli angoli θ e ϕ relativi all'asse delle z) di trovare le particelle finali con spin anti-parallelo rispetto all'asse z ?
 - E qual è la probabilità totale che il protone sia emesso in un cono di apertura di 60° , lungo la direzione negativa dell'asse z .

Supporre valida la separazione dei gradi di libertà di spin da quelli spaziali.

Problema 2

Una particella di carica q e massa m è confinata in una scatola cubica tridimensionale di lato L . Si applica al sistema un campo elettrico \mathbf{E} variabile nel tempo

$$\mathbf{E}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \mathbf{E}_0 \exp(-\alpha t), & t > 0, \quad (\alpha > 0) \end{cases}$$

con \mathbf{E}_0 e α costanti. Il campo elettrico è perpendicolare ad una delle superfici della scatola.

1. Calcolare, al primo ordine in E_0 , la probabilità che la particella, che all'istante $t = 0$ si trova nello stato fondamentale, si trovi nel primo livello energetico eccitato all'istante $t = T$.
2. Dare il valore numerico di tale probabilità nel caso in cui la particella sia un elettrone, con $L = 10^{-10}$ m, $E_0 = 10^{10}$ V/m, $\alpha = 7.6 \times 10^{22}$ s $^{-1}$, e $T \rightarrow \infty$.

Problema 3

Si vuole calcolare il momento magnetico di un atomo di idrogeno indotto da un campo magnetico debole costante e uniforme \mathbf{B} , ignorando lo spin dell'elettrone, lo spin del protone e trattando il protone come infinitamente massivo.

1. Dopo aver scelto appropriatamente il gauge, scrivere l'equazione di Schrödinger in termini del potenziale elettrostatico, del campo \mathbf{B} e del momento angolare \mathbf{L} . Non si faccia alcuna approssimazione a proposito dell'intensità del campo magnetico.
2. Trattando i termini dovuti al campo \mathbf{B} come perturbazione, calcolare la correzione dovuta al campo magnetico allo stato fondamentale dell'atomo di idrogeno.
3. Dare quindi l'espressione del momento magnetico indotto. Calcolare tale momento per un campo magnetico di intensità di 1 T.