

# Meccanica Quantistica e Complementi

Carlo Oleari

25 ottobre 2010

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

## Problema 1

Si supponga di avere prodotto  $10^6$  particelle  $\Omega^-$  che assumiamo decadere solo attraverso il canale

$$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-,$$

che procede via interazioni forti. L' $\Omega^-$  ha spin  $3/2$ , la  $\Xi^0$  ha spin  $1/2$  e parità intrinseca  $+$ , il mesone  $\pi^-$  ha spin  $0$  e parità intrinseca  $-$ . La parità del barione iniziale è sconosciuta.

Si assuma che l' $\Omega^-$  sia prodotto a riposo e con componente del momento angolare pari a  $-1/2$  lungo la direzione  $\mathbf{n}$ .

Un rivelatore è posto lungo la direzione  $\mathbf{n}$  e raccoglie le  $\Xi^0$  con spin allineato lungo lo stesso asse entro un angolo solido di semi-ampiezza  $15^\circ$ .

1. Quante particelle conterebbe (in media) il rivelatore se la parità dell' $\Omega^-$  fosse positiva?
2. E quante ce se ne aspetta se fosse negativa?

## Problema 2

Si considerino 3 particelle identiche, debolmente interagenti, di spin 1. Supponiamo che la parte spaziale del vettore di stato sia antisimmetrica sotto lo scambio di una qualunque coppia. Usando la notazione  $|m_1 m_2 m_3\rangle$ , dove  $m_i$  è la componente del momento angolare lungo un asse di riferimento, con  $m_i = \{0, \pm\}$ ,

1. si costruiscano gli stati normalizzati nei seguenti tre casi:
  - (a) tutte e tre sono nello stato  $|+\rangle$
  - (b) due di loro sono nello stato  $|+\rangle$  e una in  $|0\rangle$

(c) tutte e tre in diversi stati di spin

2. In ciascuno dei 3 casi precedenti, qual è lo spin **totale** del sistema? Qualora il sistema sia in una sovrapposizione di stati di spin diverso, calcolare la frazione dei diversi contributi.

### Problema 3

Si consideri un atomo idrogenoide con numero atomico  $Z$ . Si supponga che il nucleo abbia forma sferica e raggio  $R$  e che la sua carica sia uniformemente distribuita in esso. Si vuole studiare l'effetto delle dimensioni finite del nucleo sui livelli elettronici.

1. Calcolare il potenziale dovuto a tale distribuzione di carica.
2. Usando la teoria delle perturbazioni, calcolare la correzione al primo ordine perturbativo dei livelli  $n = 1$  ed  $n = 2$ . Considerare le sole interazioni Coulombiane tra nucleo ed elettrone.

Giustificare ulteriori approssimazioni usate nel calcolo delle correzioni, qualora ritenute necessarie.

3. Assumendo che il raggio del nucleo sia dato da  $R = r_0 A^{1/3}$ , dove  $r_0 = 1.3$  fm e  $A$  è il numero di massa del nucleo, calcolare il valore numerico in eV delle correzioni per i due livelli di un nucleo di piombo ( $Z = 82$  e  $A = 208$ ).