

Meccanica Quantistica

Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

7/9/2010

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

Problema 1

Si considerino tre particelle di massa m che si muovono in un potenziale monodimensionale e legate, le une con le altre, da forze armoniche, descritte dal potenziale

$$V = \frac{k}{2} \left[(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_1 - x_3)^2 \right],$$

dove x_i è la coordinata della i -esima particella.

1. Dopo aver scritto l'equazione di Schrödinger per il sistema, verificare che il seguente cambio di coordinate porta l'equazione stessa in una forma facilmente risolvibile

$$\begin{cases} y_1 = x_1 - x_2 \\ y_2 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - x_3 \\ y_3 = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \end{cases}$$

2. Ricavare gli autostati e lo spettro in energia dell'equazione ottenuta.
3. Utilizzando i risultati del punto precedente, scrivere la funzione d'onda e l'energia dello stato fondamentale nel caso in cui le tre particelle siano tre bosoni identici.

Problema 2

Si vuole studiare il potenziale anarmonico monodimensionale che un elettrone sente nell'intorno di un punto di equilibrio in un reticolo cristallino

$$V(x) = \beta x^4$$

Sapendo che l'energia misurata nel decadimento dal primo livello eccitato alla stato fondamentale è $\Delta E = 10$ eV, stimare il valore di β in unità eV/Å⁴.

Si usi come funzione prova per lo stato fondamentale la seguente

$$\Psi = N \exp(-\gamma |x|)$$

dove N è la costante di normalizzazione.

Problema 3

Un elettrone posto a distanza z dalla superficie di un contenitore contenente elio liquido sente un potenziale del tipo

$$V(z) = \begin{cases} -\frac{k}{z} & z > 0 \\ +\infty & z \leq 0 \end{cases}$$

con k costante positiva. Trascurando ogni effetto di spin

1. ricavare la funzione d'onda e l'energia dello stato fondamentale;
2. valutare numericamente il valore dell'energia nel caso in cui la costante k , espressa in unità naturali, assuma il valore di 10^{-3} .