

# Meccanica Quantistica

## Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

7 giugno 2010

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

### Problema 1

Una molecola diatomica, dotata di momento di dipolo elettrico permanente  $\mathbf{d}$ , è sottoposta ad un campo elettrico debole  $\mathcal{E}$ , costante ed uniforme. Si considerino i soli gradi di libertà rotazionali della molecola, trattabile, a tal fine, come un rotatore rigido con momento d'inerzia  $I$ .

1. Scrivere l'Hamiltoniana del sistema imperturbato e discuterne lo spettro in energia (autovalori, degenerazione degli stati).
2. Scrivere l'Hamiltoniana del sistema perturbato e, trattando l'interazione col campo elettrico come una perturbazione, scrivere l'espressione per la correzione al generico livello energetico, fino al secondo ordine nel campo elettrico. Non si richiede il calcolo esplicito di alcun integrale.
3. Calcolare **esplicitamente** le correzioni all'energia del punto 2 per lo stato fondamentale e per il primo stato eccitato.
4. Ricavare il valore numerico dell'energia degli stati perturbati trovati al punto 3, nel caso in cui  $|\mathcal{E}| = 1000 \text{ V/m}$ ,  $|\mathbf{d}| = 3 \times 10^{-29} \text{ C m}$  e  $I = 100 \text{ GeV } \text{\AA}^2/c^2$ . Esprimere i risultati in elettronvolt.

### Problema 2

Tre particelle **identiche** di massa  $m$  sono poste in una scatola di potenziale con pareti infinite e lati di lunghezza  $a > b > c$ , con  $a = \sqrt{8}c$  e  $b = \sqrt{3}c$ , nello stato ad energia più bassa (compatibilmente con la loro natura).

Nei casi in cui le tre particelle siano:

a) bosoni di spin 0

b) fermioni di spin 1/2 nello stato con tutti e tre gli spin paralleli

calcolare

1. l'autofunzione che descrive lo stato ad energia più bassa e discutere la degenerazione del livello;
2. la correzione all'energia dello stato fondamentale, al primo ordine in  $\alpha$ , nel caso in cui le particelle interagiscono tra loro con un potenziale perturbativo

$$V = \alpha [\delta^3(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \delta^3(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) + \delta^3(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3)] .$$

### Problema 3

Si consideri l'Hamiltoniana di una particella di carica  $q$ , massa  $m$  e momento magnetico intrinseco  $\boldsymbol{\mu}$ , in un campo elettromagnetico descritto dal potenziale vettore  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  e dal potenziale scalare  $\Phi(\mathbf{x})$

$$H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2 + q\Phi - \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

Derivare l'equivalente quantistico della forza agente sulla particella, ovvero  $m d^2\mathbf{x}/dt^2 = \dots$