

Meccanica Quantistica

Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

25/01/2010

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

Problema 1

Si considerino tre particelle di massa m che si muovono in un potenziale monodimensionale e legate, le une con le altre, da forze armoniche, descritte dal potenziale

$$V = \frac{k}{2} \left[(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_1 - x_3)^2 \right],$$

dove x_i è la coordinata della i -esima particella.

1. Dopo aver scritto l'equazione di Schrödinger per il sistema, verificare che il seguente cambio di coordinate, dette Jacobiane, porta l'equazione stessa in una forma facilmente risolubile

$$\begin{cases} y_1 = x_1 - x_2 \\ y_2 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) - x_3 \\ y_3 = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3) \end{cases}$$

2. Ricavare gli autostati e lo spettro in energia dell'equazione ottenuta.
3. Utilizzando i risultati del punto precedente, scrivere la funzione d'onda e l'energia dello stato fondamentale nel caso in cui le tre particelle siano tre bosoni identici.

Problema 2

Una carica puntiforme di massa m e carica q , senza spin, si muove in una zona di spazio in cui sono presenti un campo elettrico ed un campo

magnetico costanti ed uniformi e diretti rispettivamente lungo l'asse delle x e delle z

$$\mathbf{E} = E_0 \hat{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{z}}.$$

1. Determinare lo spettro in energia.
2. Se la particella si trova in uno stato di momento nullo, calcolare il valore di aspettazione della velocità \mathbf{v} .

Problema 3

Una particella di massa m si muove in un potenziale monodimensionale definito da

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & x < -3a \\ 0 & -3a < x < -a \\ V_0 & -a < x < a \\ 0 & a < x < 3a \\ +\infty & x > 3a \end{cases}$$

dove a e V_0 sono due grandezze costanti e positive. Considerando la parte con potenziale V_0 come perturbazione, calcolare l'energia dei primi due livelli energetici fino al primo ordine in V_0 .