

Meccanica Quantistica

Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

20/07/2009

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

Problema 1

Si considerino i soli gradi di libertà di spin di un elettrone immerso in un campo magnetico costante ed uniforme B_z , parallelo all'asse delle z . Al tempo $t = 0$ si accende un campo magnetico lungo la direzione x che cresce linearmente dal valore 0 al tempo $t = 0$, al valore B_x al tempo $t = T$. Si assuma che $B_x \ll B_z$.

1. Calcolare la funzione d'onda al tempo $t = T$ per un elettrone che ha spin allineato lungo la direzione positiva dell'asse delle z al tempo $t = 0$.
2. Dimostrare che lo stato così trovato è autostato dell'Hamiltoniana di un elettrone nel campo magnetico $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z)$, purché T sia "sufficientemente grande". Quantificare il significato di "sufficientemente grande".

Problema 2

Due particelle di massa m sono poste nel potenziale armonico tridimensionale anisotropo

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)$$

con frequenze $\omega_x < \omega_y < \omega_z$, nello stato ad energia più bassa compatibilmente con la loro natura, dettagliata in seguito.

Le particelle interagiscono tra loro con un potenziale $V = \lambda \delta^3(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, dove \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 sono i rispettivi vettori posizione. Trattando il potenziale di

interazione come perturbazione, calcolare, al primo ordine in λ , l'energia del sistema nei seguenti casi:

1. particelle diverse di spin $1/2$ nello stato di tripletto;
2. particelle identiche di spin $1/2$ nello stato di tripletto.

Problema 3

Considerando la sola struttura fine, è noto che gli otto stati degeneri corrispondenti al numero quantico principale $n = 2$ di un atomo di idrogeno si possono classificare nei seguenti stati a momento angolare totale definito: $2^2P_{3/2}$, $2^2P_{1/2}$ e $2^2S_{1/2}$. Se un gran numero di atomi viene eccitato tramite, per esempio, una scarica elettrica, cosicché gli stati con $n = 2$ sono equamente popolati, qual è il rapporto tra le intensità delle due righe spettrali corrispondenti alle transizioni di dipolo elettrico dagli stati $2P$ allo stato $1^2S_{1/2}$? Giustificare tutte le approssimazioni usate.

Si ricorda che la notazione spettroscopica $n^{2S+1}L_J$ identifica uno stato con numero quantico principale uguale ad n , momenti angolari atomici di spin, orbitale e totale pari a S , L e J , rispettivamente.