# Meccanica Quantistica
# Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

09/03/2009

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

**Problema 1**
Due particelle di massa $m$ sono poste in una scatola di potenziale con pareti infinite e lati di lunghezza $a > b > c$ nello stato ad energia più bassa compatibilmente con la loro natura, dettagliata più sotto.

Le particelle interagiscono tra loro con un potenziale $V = \alpha\,\delta^3(\mathbf{r_1} - \mathbf{r_2})$, dove $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$ sono i rispettivi vettori posizione. Trattando il potenziale di interazione come perturbazione, calcolare al primo ordine in $\alpha$ l'energia del sistema nei seguenti casi:

1. particelle diverse;
2. particelle identiche di spin 0;
3. particelle identiche di spin 1/2 con spin parallelo.

**Problema 2**
A seguito di un contributo che viola la parità, lo stato $2\,{}^2S_{1/2}$ $(n\,{}^{2S+1}L_J)$ di un atomo di idrogeno acquisisce un piccolo contributo di onda $P$ (proporzionale ad $\epsilon$)

$$\psi\left(n=2, j=\frac{1}{2}, \dots\right) = \psi_S\left(n=2, j=\frac{1}{2}, l=0, \dots\right) + \epsilon\,\psi_P\left(n=2, j=\frac{1}{2}, l=1, \dots\right)$$

1. Quale decadimento radiativo al primo ordine diseccita questo stato? Giustificare la risposta.
2. Calcolare **esplicitamente** gli elementi di matrice per tale transizione (fino a darne una formula algebrica) e ricavare le regole di selezione.
3. Spiegare cosa succede se $\epsilon = 0$.

**Problema 3**
Si consideri una particella quantistica di massa $m$ vincolata a muoversi in una dimensione $x$ e sottoposta al potenziale $V = \lambda\,|x|$, con $\lambda > 0$.

1. Usando la sola analisi dimensionale, ricavare la dipendenza dell'energia dai parametri del problema.
2. Usando come funzione prova

$$\Psi(x) = N \begin{cases} -2a - x & -2a < x < -a \\ x & -a < x < a \\ 2a - x & a < x < 2a \\ 0 & x < -2a, \quad x > 2a \end{cases}$$

   dove $N$ è la costante di normalizzazione, stimare l'energia del primo stato eccitato.

3. Calcolare numericamente il parametro $a$ (in metri) e la stima dell'energia (in Joule) così trovati, per $\lambda = 8\ \text{MeV}^2$ e $m = 3\ \text{MeV}$ (espressi in unità naturali).