

Meccanica Quantistica

Complementi di Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

16/02/2009

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

Problema 1

Si consideri una particella quantistica di massa m vincolata a muoversi in una dimensione x e sottoposta al potenziale $V = \lambda |x|$, con $\lambda > 0$.

1. Usando la sola analisi dimensionale, ricavare la dipendenza dell'energia dai parametri del problema.
2. Usando come funzione prova

$$\Psi(x) = N \theta(x+a) \theta(a-x) \left(1 - \frac{|x|}{a}\right),$$

dove N è la costante di normalizzazione e

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

stimare l'energia dello stato fondamentale.

3. Calcolare numericamente il parametro a (in metri) e la stima dell'energia (in Joule) così trovati, per $\lambda = 4 \text{ MeV}^2$ e $m = 3 \text{ MeV}$ (espressi in unità naturali).

Problema 2

Un atomo di idrogeno nello stato fondamentale $|1, 0, 0\rangle$ è posto tra le armature di un condensatore che, pilotato da un potenziale esterno, produce all'interno delle armature il campo elettrico

$$\mathcal{E} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \mathcal{E}_0 \exp(t/\tau) & 0 < t < \tau \\ 0 & t > \tau \end{cases}$$

con \mathcal{E}_0 nella direzione positiva dell'asse x . Usando la teoria delle perturbazioni al primo ordine

1. calcolare la probabilità di trovare l'atomo in ognuno dei 3 stati $2p$, per tempi $t > \tau$
2. calcolare la probabilità di trovare l'atomo nello stato $2s$.

Problema 3

Una particella di spin 1 è descritta dalla funzione d'onda

$$\psi = N \begin{pmatrix} r \\ z \\ 0 \end{pmatrix} e^{-r^2/a^2},$$

dove N è una costante di normalizzazione, r è la distanza dall'origine del sistema di assi cartesiani e a è una costante avente dimensioni di una lunghezza. Viene fatta una misura del momento angolare **totale** della particella.

1. Quali valori del momento angolare totale si trovano?
2. Con quali probabilità?