

# Meccanica Quantistica

Carlo Oleari

6/10/2008

Svolgere in dettaglio i seguenti problemi. Scrivere in modo chiaro e ordinato le soluzioni.

## Problema 1

Ad un atomo con numero atomico  $Z$  sono stati strappati tutti gli elettroni eccetto uno. Si supponga che il nucleo abbia forma sferica e raggio  $R$  e che la sua carica sia uniformemente distribuita in esso. Assumere che il raggio sia dato da  $R = r_0 A^{1/3}$ , dove  $r_0 = 1.2$  fm e  $A$  è il numero di massa del nucleo. Si vuole studiare l'effetto delle dimensioni finite del nucleo sui livelli elettronici.

1. Calcolare il potenziale dovuto ad un nucleo di dimensione finita.
2. Calcolare di quanto varia l'energia dello stato  $1s$  del  $U^{238}$  ( $Z = 92$ ), usando la teoria delle perturbazioni e considerando le sole interazioni Coulombiane tra nucleo ed elettrone. Giustificare ulteriori approssimazioni usate nel calcolo.
3. Darne inoltre il valore numerico in eV.

## Problema 2

Una particella di spin 1 è descritta dalla funzione d'onda

$$\psi = N \begin{pmatrix} 3r \\ 0 \\ y \end{pmatrix} e^{-r^2/a^2},$$

dove  $N$  è una costante di normalizzazione,  $r$  è la distanza dall'origine del sistema di assi cartesiani e  $a$  è una costante avente dimensioni di una lunghezza.

1. Viene fatta una misura del momento angolare **totale** della particella. Quali valori e con che probabilità si possono trovare?

2. Si vuole ora misurare la **proiezione** del momento angolare totale lungo l'asse  $\vec{\mathbf{n}} = (1, 0, 1)$  e le rispettive probabilità. Senza nessun calcolo esplicito, dire, dando quanti più dettagli possibili, cosa si deve fare per rispondere alla domanda.

### Problema 3

Si modellizzi un mesone come stato legato di una coppia quark-antiquark nello stato  $s$ . Sia  $m$  la massa del quark. Si assuma che il potenziale che lega la coppia sia descritto da

$$V(\vec{\mathbf{r}}) = -\frac{A}{r} + Br, \quad r = |\vec{\mathbf{r}}|, \quad A > 0, \quad B > 0.$$

Usando come funzione di prova

$$\psi(\vec{\mathbf{r}}) = Ne^{-r/a},$$

dove  $N$  è la costante di normalizzazione,

1. determinare la miglior approssimazione per l'energia dello stato fondamentale.  
Qualora non riusciate a risolvere l'equazione trovata, si determini la stima dell'energia per lo stato fondamentale nel caso particolare avente  $A = 0$ .
2. Calcolarne il valore numerico esplicito nel caso in cui  $B = 19 \text{ MeV/fm}$  e  $m = 5 \text{ MeV}/c^2$ .