

Compito di Matematica per la Fisica

9/9/2010

1. Si dica per quali a reali e positivi esiste l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{2i\theta}}{\cos(ae^{i\theta})} d\theta ;$$

lo si calcoli per $a = \pi$ e $a = 2\pi$. (Facoltativo: per $a = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.)

2. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{e^{ix}}{\sqrt{1+x^2}}$. Si calcoli

$$\int_{-\infty}^{\infty} p |\hat{f}(p)|^2 dp .$$

3. Si consideri la successione delle funzioni

$$\phi_k(x) = \frac{\cos^k(x)}{x^{\frac{1}{2k}}} \in L^1(0, 1) \quad (k = 1, 2, \dots)$$

A che funzione converge puntualmente questa successione? vi converge anche nella norma di $L^1(0, 1)$?