

Compito di Matematica per la Fisica

28/1/2010

1A. Si calcoli l'antitrasformata di Fourier $f_a(x)$ della funzione

$$\hat{f}_a(p) \equiv \frac{1}{(p-i)^2 - a}$$

al variare di a nell'insieme $\mathbb{R} - \{-1\}$. (Per a negativi, può essere una buona idea definire $\beta \equiv \sqrt{-a}$.)

1B. Si consideri adesso $f_a(x)$ come funzione di a . È continua in $a = 0$? Perché ho escluso il caso $a = -1$? I limiti puntuali $\lim_{a \rightarrow -1^+} f_a(x)$ e $\lim_{a \rightarrow -1^-} f_a(x)$ coincidono? spiegare perché.

2. Sia

$$c(\theta) \equiv \frac{1}{\cos(\theta) - q}.$$

Per quali valori di q (reale e positivo) la funzione $c(\theta)$ appartiene a $L^1([-\pi, \pi])$? Per tali valori di q , si calcolino i coefficienti della serie di Fourier di $c(\theta)$.

3A. Per che valori di α, β reali e p intero positivo la funzione

$$g_{\alpha\beta}(x) \equiv \frac{x^\alpha}{(1-x^\beta)^{\frac{1}{3}}}$$

appartiene a $L^p([0, \infty])$?

3B. Si calcoli

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\infty \frac{dx}{|1 - x^{4n+3}|}.$$