

Compito di Matematica per la Fisica

17/2/2011

1A. Si calcolino i coefficienti di Fourier della funzione $\cosh(x)$ definita tra $-\pi$ e π .

1B. Si usi il risultato per calcolare

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+k^2}.$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x^{1/4} e^{ix}}{\sqrt{1+x^3}} \theta(x)$$

di x positivo. (Come al solito, θ è la funzione che vale zero per $x < 0$ e uno per $x \geq 0$.)

2A. Si dica se $f \in L^1(\mathbb{R})$ e se $f \in L^2(\mathbb{R})$.

2B. Si calcoli la norma $\|f\|_2$ in $L^2(\mathbb{R})$ di f . Si calcoli la norma $\|\hat{f}\|_2$ della sua trasformata di Fourier \hat{f} .

3. Si consider la funzione

$$g(z) = \frac{e^{1/z}(-2z + z^2 + z^3)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}z\right)}.$$

3A. Si studino le singolarità di g nel piano complesso.

3B. Si calcolino i residui di g nei suoi poli semplici.