

COMPITINO II. DICEMBRE 2005

Tema Breve Discutere brevemente le proprietà della trasformata di Laplace. Se considero come trasformata di Laplace quella “destra”, così definita:

$$Lf(z) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-zt} dt \quad (1)$$

le funzioni seguenti NON possono essere la trasformata di Laplace di nessuna funzione $f(t)$; spiegare perchè.

$$\begin{aligned} a) h(z) &= 1 + \frac{1}{z} \\ b) h(z) &= \frac{1}{|z|} \\ c) h(z) &= \frac{1}{z^2 \sin(z)} \end{aligned} \quad (2)$$

Esercizio I Usando la trasformata di Laplace risolvere l'equazione differenziale:

$$\dot{f} + f = \cosh t, \quad f(0) = 1 \quad (3)$$

Esercizio II Calcolare i seguenti integrali col metodo dei residui:

$$f(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ipx}}{x - i\alpha} dx \quad \alpha > 0 \quad (4)$$

$$\int_{|z|=1} \left(\frac{1}{z} + 1 \right) \left(\frac{1}{\cos z - 1} \right) dz, \quad (5)$$

Facoltativo:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{1/3}}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx. \quad (6)$$